Mathematik 1
Dozent: Martin Unold

Übungsblatt 6

ABGABE: 10.05.2018 (MARTIN.UNOLD@HS-MAINZ.DE)

Aufgabe 1 (5 Punkte)

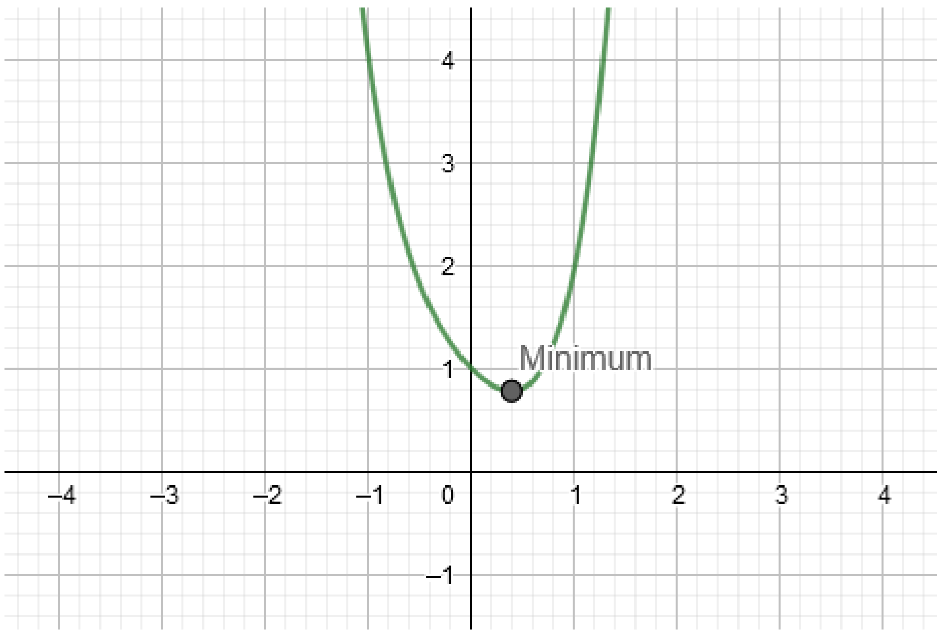
Bestimmen Sie für die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^4 + x^2 - x + 1$$

einen x-Wert $\hat{x}_{\min}$, bei dem der Funktionswert $f(\hat{x}_{\min})$ möglichst klein ist. Die Genauigkeit soll im Funktionswert mindestens 5 Nachkommastellen sein. Für den von Ihnen gefundenen x-Wert $\hat{x}_{\min}$ und das tatsächliche Minimum $x_{\min}$ mit $f(x_{\min}) = \min_{x\in\mathbb{R}} f(x)$ sollen Sie nachweisen, dass gilt:

$$|f(x_{\min}) - f(\hat{x}_{\min})| < 0.00001$$

Nutzen Sie dazu ein Tabellenkalkulationsprogramm und ein Verfahren zur Bestimmung von Nullstellen Ihrer Wahl. Fügen Sie die erstellte Datei zu Ihrer Abgabe hinzu.



Aufgabe 2 ($5 - \frac{2}{n-1}$ Punkte)

Gegeben ist eine Funktion

$$g_a : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g_a(x) = a \cdot x$$

mit unbekanntem Parameter $a \in \mathbb{R}$. Das Ziel dieser Aufgabe ist den unbekannten Parameter möglichst gut zu schätzen.
Gehen Sie dazu auf die Webseite

`http://unold.net/mathematik/uebung6`

und lassen sich $n \geq 2$ (unterschiedliche !!) Punkte $P_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}, \ldots$ $P_n = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ generieren, die nah am Graphen der Funktion liegen.

Wählen Sie anschließend $a \in \mathbb{R}$ so, dass die Summe aller quadrierten Abstände zum Graphen

$$f(a) = \sum_{i=1}^{n} \left(\mathrm{d}(P_i, G_{g_a})\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(a \cdot x_i - y_i)^2}{a^2 + 1}$$

minimiert wird, indem Sie die Funktion f minimieren. Geben Sie auch bei dieser Aufgabe eine Datei ab, die sämtliche Rechenschritte enthält, die zu Ihrer Lösung führten.